

CONCEPÇÕES DE PROFESSORES ACERCA DE CONHECIMENTOS DE ESTUDANTES SOBRE NÚMEROS IRRACIONAIS

Suélen Rita Andrade Machado
Universidade Estadual de Maringá
sumachado18@gmail.com

Veridiana Rezende
Universidade Estadual do Paraná – Campus Campo Mourão
rezendeveridiana@gmail.com

Resumo:

O presente trabalho apresenta alguns resultados referentes a um trabalho monográfico, realizado no ano de 2013, que teve como objetivo compreender o que pensam professores de Matemática acerca dos saberes de seus alunos a respeito dos números irracionais. Para isso, apresentamos a seis (06) professores, tarefas matemáticas relacionadas aos números irracionais, para que eles indicassem os possíveis conhecimentos que seus alunos mobilizariam em cada uma das questões. Com base no trabalho realizado, nosso propósito neste texto, é apresentar alguns destes resultados referentes às entrevistas que realizamos com os professores, especificamente em uma das tarefas, que diz respeito à existência ou não de um quadrado cuja medida de área é 13 cm^2 , no que tange as respostas de professores sobre os saberes de seus alunos a respeito deste tipo de questionamento. Dentre os resultados encontrados, destaca-se a resposta de um professor que afirma que para os alunos resolverem tal questionamento teriam que estar no Nono Ano do Ensino Fundamental. No entanto, em geral, ficou implícita nas falas e gestos, a insegurança dos professores frente à existência de um quadrado cuja medida de área é 13 cm^2 e medida de lado $\sqrt{13} \text{ cm}$, o que matematicamente se comprova a existência.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Números Irracionais. Teoria dos Campos Conceituais.

Introdução

No ensino da Matemática existem alguns discursos que semeiam a ideia de que os números irracionais apresentam certa complexidade, que envolvem não só o seu conceito, mas a dificuldade de mobilizar o que é considerado como abstrato em alguns cálculos que são realizados com estes números (FISCHBEIN; JEHIAN; COHEN, 1995). Segundo Garcia, Soares e Fronza (2005), este fato se deve, pelo modo como os números irracionais são apresentados nos livros didáticos a partir da negação dos números racionais¹, o que pode acarretar dúvidas acerca da sua existência.

¹ O número irracional é apresentado como um número que não pode ser escrito da forma $\frac{a}{b}$, com a e b inteiros e $b \neq 0$ (GARCIA; SOARES; FRONZA, 2005).

De acordo com as autoras, anteriormente citadas, tratar este assunto nos anos finais do Ensino Fundamental não é trivial, visto que “[...] Os números irracionais não existem no mundo concreto, são abstrações matemáticas, só existem no mundo das ideias, para aceitá-los é preciso imaginar processos infinitos e proximidades que tendem a zero” (GARCIA; SOARES; FRONZA, 2005, p.06).

Diante de problematizações semelhantes, têm-se na comunidade acadêmica a preocupação em desmitificar algumas destas ideias e contribuir reflexivamente com a aprendizagem Matemática, como os trabalhos de Vergnaud (2003; 2009), Nogueira e Rezende (2014). Para isso, a fundamentação teórica amparada em documentos educacionais, teorias e investigações reafirmam a importância do ensino e da aprendizagem dos números irracionais.

No Estado do Paraná, a exemplo, o documento norteador do Ensino Fundamental e Médio, as Diretrizes Curriculares da Educação Básica para a disciplina de Matemática (PARANÁ, 2008), destaca a importância de conhecer todos os tipos de conjuntos numéricos, dentre eles, o conjunto dos números irracionais, nos Oitavos e Nonos Anos do Ensino Fundamental e ao longo do Ensino Médio, emergidos nos conteúdos tratados, ao propor o que se espera para o ensino deste conjunto, nestes níveis de escolarização.

Conforme este documento, espera-se que o aluno, ao longo do Ensino Fundamental compreenda os conceitos da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação dos números pertencentes aos conjuntos destes números, por exemplo: Com a articulação entre a álgebra e os números, de modo que o aluno saiba diferenciar e realizar operações com equações irracionais, especificamente no Oitavo e Nono Ano. Já ao longo do Ensino Médio, tem-se a necessidade de aprofundar o estudo dos números irracionais de modo a expandir o conhecimento e domínio deste conteúdo, para aplicação em problemas algébricos.

Segundo Vergnaud (2003), ao que concerne a perspectiva psicológica genética piagetiana e a didática, a formação de competências ocorre ao longo da vida do indivíduo. Neste sentido, a aprendizagem é um processo contínuo, onde existe a interação sujeito/objeto, mas também a intervenção do professor. Ainda, por este autor, esta intervenção pedagógica se dá na escolha de situações adequadas para os alunos, ao levar em consideração o conhecimento já atingido, o que se pode transpor por exemplo, com situações inerentes aos números irracionais.

De acordo com Rezende (2013), os números irracionais são essenciais para a compreensão de diversos outros conceitos matemáticos que contemplam os currículos da Educação Básica, no domínio geométrico, trigonométrico, algébrico e numérico. Neste sentido, Gérard Vergnaud, ao afirmar que “[...] existe uma série de fatores que influenciam e interferem na formação e no desenvolvimento dos conceitos” (MAGINA *et al*, 2001, p.08), amplia esta afirmação a diversos campos conceituais dos saberes da Matemática, inclusive ao ensino dos números irracionais.

Amparados em tais pressupostos, acreditamos que para ocorrer o desenvolvimento dos conceitos, é imprescindível o papel exercido pelo professor, na aplicação, desenvolvimento e observação da aprendizagem dos alunos. Sobretudo, ao que tange aos números irracionais. Assim, o presente trabalho, consiste de alguns resultados decorrentes de um trabalho Monográfico de Machado (2013), fundamentado na investigação de Rezende (2013) e na Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, que a priori, teve como objetivo: Compreender o que pensam os professores sobre os saberes de seus alunos a respeito dos números irracionais, considerando a Teoria dos Campos Conceituais.

Fundamentamos este trabalho em Rezende (2013), visto que a pesquisadora analisou os conhecimentos sobre os números irracionais, de estudantes brasileiros e franceses, que finalizavam o Ensino Fundamental, Médio e Superior de Matemática, com a intenção de identificar possíveis semelhanças e diferenças nos conhecimentos mobilizados por estes alunos, mediante a resolução de tarefas matemáticas relacionadas aos números irracionais. E recomendou para futuras investigações na Educação Matemática, que fossem utilizadas as atividades contempladas em sua pesquisa, em uma investigação com professores de Matemática da Educação Básica e Superior, no sentido de questioná-los, individualmente, sobre o que eles pensam que seus alunos responderiam em cada uma das atividades.

Segundo Rezende (2013), seria possível confrontar os conhecimentos dos alunos, de acordo com os resultados de sua tese, com as suposições dos professores sobre os conhecimentos dos alunos, relacionados ao Campo Conceitual dos números irracionais. Assim, com base nessa sugestão de investigação, apontada pela pesquisadora, realizamos a presente pesquisa, que teve como objetivo, compreender o que pensam os professores sobre os saberes de seus alunos a respeito dos números irracionais, considerando a Teoria dos Campos Conceituais, conforme mencionados.

Para realização deste trabalho, escolhemos como objeto, apenas um dos sete questionamentos utilizados na entrevista com seis (06) professores de Matemática regentes

de turmas do Ensino Fundamental e Médio, que foram sujeitos da pesquisa realizada em ocasião do trabalho monográfico de Machado (2013), de escolas públicas do interior do Paraná. Especificamente, o questionamento refere-se à afirmação ou não, sobre a existência de um quadrado cuja medida de área é 13 cm^2 . Deste modo, ao considerarmos as falas dos professores, para análise destas, consideramos a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, e as implicações desta sobre o ensino dos números irracionais, levando em consideração as decorrências da teoria piagetiana destacada sob a ótica de Nogueira e Rezende (2014).

Referencial teórico

Ao configurar-se na letra da lei, revelada nos Parâmetros Curriculares Nacionais da Educação Básica (BRASIL, 1998), a proposta de ampliação dos significados dos números irracionais, em condições nas quais o aluno contemple situações em que números racionais, por exemplo, não são suficientes para resolvê-las, viabiliza a necessidade de se sopesar os números irracionais. No entanto, a ideia supracitada no início deste trabalho apregoa-se nos discursos, mesmo explícita em currículos e em livros a transposição didática dos Números Irracionais, como definido por Garcia, Soares e Fronza (2005).

Rezende (2013), ao analisar os conhecimentos sobre números irracionais, mobilizados por alunos brasileiros e franceses no processo escolar, ressalta o fato dos números irracionais estarem explícitos ou não nos currículos e livros didáticos, não interferem no desempenho dos alunos em relação a atividades relacionadas a esses números. Ao contrário, a pesquisadora revela que é a experiência escolar e a diversidade de situações matemáticas vivenciadas pelos alunos no decorrer do processo escolar que favorece a aquisição do conceito de números irracionais, o que congrega com o documento que norteia o Plano Nacional do Livro Didático (PNLD).

Conforme Rezende (2013), é imperativo um amplo período de escolarização para que haja o desenvolvimento e a compreensão do conceito dos números irracionais em conformidade aos níveis escolares, e situações mobilizantes, o que coincide com a definição apresentada por Magina *et al* (2001) sobre a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, remanescente a existência de diversos fatores que influenciam no

desenvolvimento dos conceitos e a definição de que o conhecimento deve emergir de situações-problema conforme o avanço temporal.

Nogueira e Rezende (2014), apresentam brevemente a gênese e os conceitos referentes a teoria supracitada, de acordo com elas,

[...] é uma teoria psicológica que se refere ao desenvolvimento cognitivo dos indivíduos, sobretudo, quando ligado à aprendizagem de competências complexas, na escola e no trabalho (conteúdos e suas particularidades). Esta teoria nasceu na década de 1980 com o psicólogo e pesquisador francês Gérard Vergnaud, orientando de doutorado de Jean Piaget (NOGUEIRA; REZENDE, 2014, p.44).

Assim Vergnaud (2003), por ter compartilhado da linha de pesquisa de Piaget, ao tratar de sua teoria sobre os Campos Conceituais, reporta-se ao objeto de desenvolvimento do ser a partir da aprendizagem escolar, no qual, faz-se necessário conceber o processo cognitivo, não como aquele que regula e administra o funcionamento em síntese, mas viabiliza percepções, competências e representações, expressas no desenvolver de liames de inteligência do sujeito ao longo da experiência. Diferentemente do sentido atribuído por psicólogos, como Piaget, Nogueira e Rezende (2014), afirmam que “[...] não tinham como objeto a construção do conhecimento escolar, nem a aprendizagem em seu sentido estrito, mas o processo de desenvolvimento cognitivo, buscando uma abordagem da inteligência em termos lógicos” (NOGUEIRA; REZENDE, 2014, p.41).

Estas autoras, discutem que Gérard Vergnaud, aprimorou em sua teoria, conceitos piagetianos, que ele evidenciou serem importantes para o desenvolvimento da didática da Matemática, mas não se ateu somente a eles, foi além, visando a compreensão de conceitos e desequilíbrios no decorrer da aprendizagem escolar. Magina *et al* (2001) destaca, que para investigar o desenvolvimento de um campo conceitual considerando a teoria de Vergnaud, o pesquisador precisa compreender a terna de conjuntos $(S, I, R)^2$, que compõe a teoria, no qual:

- S é um conjunto de situações que tornam o com conceito significativo;
- I é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) que podem ser reconhecidos e usados pelo sujeito para analisar e dominar essas situações;
- R é um conjunto de representações simbólicas que podem ser usadas para pontuar e representar esses invariantes e, portanto, representar as situações

² Esta terna, composta por Situações, Invariantes e Representações Simbólicas, fazem alusão a teoria piagetiana.

e os procedimentos para lidar com eles (MAGINA *et al*, 2001, p.08, grifo do autor).

Neste sentido, está o campo conceitual dos Números Irracionais, para o ensino, com situações que revelam a necessidade do uso do conceito significativo deste conjunto, de invariantes, que se traduzam em propriedades e relações capazes de auferir nas situações anteriores e por consequência o saber representar, demonstrando a compreensão do conceito e das propriedades que a caracterizam. Conforme Magina *et al* (2001), os conceitos matemáticos assumem essência quando são apoiados em uma diversidade de situações, que não podem ser encaradas isoladamente das outras.

Desde modo, de acordo com Rezende (2013), ao tratar do conceito de número irracional, tal conceito não deve ser analisado independentemente dos demais conceitos matemáticos, mas considerado que para sua compreensão é necessário, sobretudo, desenvolvê-lo por meio de um Campo Conceitual, considerando diversas situações e conceitos relacionados aos números irracionais.

Verifica-se em Moreira (2002), que a teoria de Vergnaud, revela que um campo conceitual se apresenta concomitantemente como um conjunto de conceitos e um conjunto de situações. Situações que dependem exclusivamente do domínio progressivo de uma variedade de conceitos, esquemas e representações simbólicas que entre si apresentam em estreita conexão, conforme o tempo, o que corrobora com o exposto anterior.

Além disso, para Vergnaud (1990), neste campo de situações de domínio progressivo, muito dos conhecimentos dos sujeitos são implícitos e algumas vezes são revelados em suas falas por meio de teorema em ação, que de acordo com Vergnaud (2009, p. 23), “[...] é uma proposição tida como verdadeira na ação em situação”, como invariantes, que podem ser encontrados nas falas mobilizadas por sujeitos a quem se investiga e indicam conhecimentos implícitos em suas respostas.

Vergnaud (1990) apud Rezende (2013) ressalta que os teoremas em ação não são exatos teoremas matemáticos, e nem conceitos em ação, são conceitos reconhecidos cientificamente. Eles são categorias de pensamento construídas pelos sujeitos na ação e nem sempre são explicitáveis por eles. Assim, nas análises apresentadas a seguir, nos preocupamos em encontrar essas categorias de pensamento construídas pelos professores a respeito do que eles pensam sobre os conhecimentos mobilizados por seus alunos a respeito da existência ou não de um quadrado cuja medida de área é 13 cm^2 , reiterando que nas análises, consideramos a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, e as

implicações desta sobre o ensino dos irracionais, em decorrência da teoria piagetiana destacada sob a ótica de Nogueira e Rezende (2014).

Apresentação e análise do questionamento

Para este trabalho utilizamos a abordagem qualitativa de pesquisas (GIL, 2002; MARCONI; LAKATOS, 2003) a partir da análise minuciosa dos dados, provenientes de observações e de entrevistas baseadas nos instrumentos de pesquisa desenvolvidos por Rezende (2013). Utilizamos como sujeitos da pesquisa seis (06) professores de Matemática regentes de turmas do Ensino Fundamental e Médio, de escolas públicas do interior do Paraná. Denominados aqui como: P1, P2, P3, P4 P5 e P6³.

As entrevistas, foram gravadas em áudio, na qual, foram levadas em consideração a conduta dos sujeitos, sua formação e seus conhecimentos prévios. A priori, pedimos a autorização dos sujeitos e explicamos o motivo da investigação. A posteriori, as entrevistas ocorreram na instituição escolar na qual os professores lecionam, levamos a eles, a folha com o questionamento impresso, lápis, borracha e uma calculadora, no entanto, um fato que chamou nossa atenção foi que os professores não utilizaram lápis e borracha para rascunhar.

A fim de sintetizar, apresentamos aqui a questão escolhida e a análise das respostas dos sujeitos entrevistados em nossa pesquisa. Escolhemos apenas um dos sete questionamentos utilizados na entrevista com seis (06) professores de Matemática regentes de turmas do Ensino Fundamental e Médio, que foram sujeitos da pesquisa realizada em ocasião do trabalho monográfico de Machado (2013), de escolas públicas do interior do Paraná. Especificamente, o questionamento condizente a existência ou não, de um quadrado cuja medida de área é 13 cm^2 .

Buscamos ao longo da análise, agrupar as respostas semelhantes dadas pelos sujeitos, referente aos conceitos matemáticos. A cada grupo de respostas semelhantes, denominamos por grupo. Em sequência, apontamos o seu enunciado, o grupo matemático na qual se corresponde, os fragmentos originais das falas dos sujeitos da pesquisa e seguindo após os grupos de cada questão; as considerações acerca da composição destas respostas considerando a Teoria dos Campos Conceituais e os possíveis Teoremas em Ação

³ As respostas de P6 não foram consideradas para essa análise, visto que foram utilizadas como estudo piloto para direcionamento da pesquisa, antes da aplicação com os professores.

(VERGNAUD, 2009) envolvidos. A seguir, apresentamos a questão reelaborada a partir de Rezende (2013) e aplicada na investigação:

Questão: Suponha que seus alunos saibam como calcular área de um quadrado e saibam utilizar o Teorema de Pitágoras. Se fosse apresentada a eles a figura abaixo, com a seguinte afirmação: A área do quadrado ABCD é 13 cm^2 . Você acha que seus alunos concordariam ou não com esta afirmação?

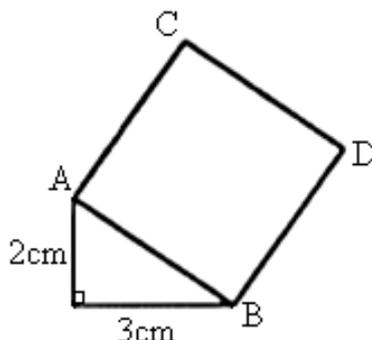


Figura 01: Imagem que ilustra a questão apresentada para os sujeitos entrevistados.
Fonte: Modelo baseado no instrumento de pesquisa de Rezende (2013).

Analisamos as respostas dos professores em relação a esta questão e as identificamos em três grupos matemáticos de respostas, com o intuito de viabilizar a organização:

Grupo 1: Neste grupo, separamos respostas que identificavam divergências, ou seja, de acordo com alguns professores, alguns alunos não afirmariam nada, no entanto, segundo outros professores, talvez os alunos matriculados no Nono Ano do Ensino Fundamental afirmariam. Neste grupo de respostas, apenas a resposta do professor P2 foi identificada, conforme indica o fragmento de sua entrevista

P2: *Nada, alguns do Nono Ano, sim.*

Chama-nos a atenção a falta de obviedade em sua resposta, a palavra “nada” remete falta de compreensão sobre o questionamento ou também o fato de que os alunos dele não saberiam responder praticamente nada, a menos que fossem do Nono ano do Ensino Fundamental, o que pode ser entendido pelo “sim” que finaliza sua fala.

Grupo 2: Neste grupo, separamos respostas que apontavam a possibilidade de resolução do exercício pelos alunos, desde que soubessem utilizar o Teorema de Pitágoras e estarem no Nono Ano do Ensino Fundamental. Três professores, P1, P3 e P4, responderam de acordo com este grupo, conforme mostram os fragmentos das respostas dos professores:

P1: *Acho que não (pensou um pouco), tendo o conhecimento de Pitágoras talvez, mas acho que só os alunos do Nono Ano.*

P3: *Algumas turmas fariam, porque sabem o teorema de Pitágoras e encontrariam a raiz de 13 e acho que falaria que é legal, mas outras turmas não.*

P4: *Encontrariam dificuldade perguntariam o lado do quadrado, mas alguns fariam sabendo Pitágoras e área do quadrado.*

Neste grupo de respostas, mais uma vez é evidente a obviedade dos professores, não há uma riqueza de conceitos em suas respostas, no entanto, é necessário considerar o ponto de vista dos sujeitos. Destaca-se, neste grupo, a fala do professor P3, quando diz que os alunos saberiam elucidar o questionamento pelo fato de saberem utilizar o Teorema de Pitágoras, encontrando a $\sqrt{13}$ cm como medida de lado, descrevendo o fato, como “legal”. Acreditamos que a palavra remetida, deixa lúcido algo inusitado, novo, diferente, aguçador, o que talvez o professor queira ter descrito.

Grupo 3: Neste grupo, as respostas indicam que os alunos concordariam com a afirmação. Neste grupamento de resposta, apenas a resposta do professor P5 foi identificada, conforme indica o fragmento de sua entrevista:

P5: *Afirmariam sim, até porque eu ensinei a eles o Teorema de Pitágoras e como sabem determinariam o valor da hipotenusa e encontrariam o valor do lado do quadrado que no caso aqui que calculei é raiz de treze, assim teriam um quadrado de área treze e já responderiam à questão anterior.*

Pela resposta deste professor, verificamos que ele acredita em sua didática de transposição dos conteúdos, quando alega categoricamente que seus alunos responderiam o questionamento afirmativamente, porque ele “ensinou” o Teorema de Pitágoras, assim, encontrariam o valor da hipotenusa e o resultado final seria consequência do teorema, porém, nos perguntamos após as transcrições, saber o procedimento do cálculo e encontrar o valor de área de 13 cm^2 são evidências que podem levar o aluno a mobilizar e a compreender que a medida do lado do quadrado é um número irracional?

Considerações sobre as concepções dos professores considerando a Teoria dos Campos Conceituais

Nesta questão foram explorados o Teorema de Pitágoras, conceito de área de um quadrado e da medida do lado de um quadrado ser irracional. A análise desta questão nos provê indicativos que os professores pensam que seus alunos precisam estar em um nível

mais elevado de estudo (Nono Ano do Ensino Fundamental) para resolver a questão, pois, assim, saberão o conceito de área e, principalmente, o Teorema de Pitágoras, mas há contraposições, pois, um professor argumenta que mesmo explicando os conceitos, mesmo assim os alunos não saberiam fazer.

Concordamos com o fato alegado pelo professor P1, afinal, para os alunos responderem uma questão relacionada ao Teorema de Pitágoras, eles precisam conhecer este resultado matemático, que, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998) e as Diretrizes Curriculares da Educação Básica para a Matemática (PARANÁ, 2008), deve ser estudado no Oitavo ou Nono Ano do Ensino Fundamental. No entanto, a questão é clara quando destaca de antemão que os alunos previamente precisariam ter o conhecimento de área do quadrado e sob o Teorema de Pitágoras. Pensamos então, que ao saber utilizar estes conceitos os alunos poderiam encontrar o lado do quadrado e conseqüentemente encontrar a área do quadrado.

Com base em uma análise específica com uma aluna (futura professora de Matemática), Nogueira e Rezende (2014), afirmam que dentro do condensar dos pressupostos da epistemologia genética piagetiana, uma possibilidade de identificar a construção dos conhecimentos, se traduz pela passagem de um conhecimento prévio, ou seja, parte do pressuposto que o sujeito não aceita um quadrado cuja medida de lado é um número irracional, para a cristalização de conhecimento científico que prova de fato (matematicamente) que existe um quadrado cuja medida de lado é irracional, por meio de demonstração.

Verificamos, que ao aplicar a questão aos professores, muitos deles ficaram impressionados que a área do quadrado, calculada a partir do teorema de Pitágoras, resultou em 13 cm^2 , o que convalida ao fato mencionado anteriormente. Percebemos que eles sentiram certa dificuldade em entender que existe um quadrado de área 13 cm^2 , cuja medida de lado é $\sqrt{13}$ cm. O que se contrasta com os resultados obtidos por Rezende e Nogueira (2004), pois segundo elas, quando aplicaram esse questionamento aos alunos brasileiros e alunos franceses⁴, tinham como objetivo favorecer a compreensão sobre a existência de um quadrado cuja medida de lado é $\sqrt{13}$ cm, e muitos alunos do Ensino Médio e *TES*⁵ avançaram em direção ao objetivo traçado, no entanto, em relação aos do Ensino Fundamental e *Collège*, houveram cinco alunos que indicaram desestabilização, quando

⁴ Ambos concluintes do Ensino Fundamental, Médio e Licenciatura em Matemática correspondentes.

⁵ Lycée – TES – Terminale Economique et Social e TS – Terminale Scientifique (Denominações Francesas).

mencionaram que não existia um quadrado cuja medida de área não seja um quadrado perfeito.

Ressaltamos os resultados encontrados por Rezende e Nogueira (2014), acerca dos alunos do último ano de Licenciatura Matemática entrevistados no Brasil e na França, quanto a esse questionamento. De acordo com elas, os alunos franceses apresentaram respostas mais precisas com menores indicativos de teoremas em ação falsos, assim como os brasileiros, isso se justifica pelo preparo anterior ao ingresso no curso de Licenciatura. O que acreditamos que deveria estar claro para os professores entrevistados, já que se formaram em Matemática e apresentam uma experiência contínua com os conceitos matemáticos em virtude de serem tratados especificamente nos anos que atuam.

Destacamos, como exemplo, para afrontar com essa condição, fragmentos da investigação apresentada por Nogueira e Rezende (2014), sobre a análise da entrevista com este mesmo questionamento realizada com uma futura professora de Matemática (denominada pelas pesquisadoras por Kar). Segundo as pesquisadoras, a

[...] aluna vivenciou conflitos relacionados ao resultado de seu cálculo por meio do teorema em Pitágoras cujo resultado é, que ela entende que não pode ser negado, e a possibilidade de se considerar um número irracional – com infinitas casas decimais - como medida de um segmento (NOGUEIRA; REZENDE, 2014, p.56).

Neste sentido, as pesquisadoras perceberam que os esquemas da aluna não haviam se acomodado, conforme a perspectiva piagetiana sob a Teoria dos Campos Conceituais, para afirmar sobre a existência de um quadrado de área 13 cm^2 e mesmo a atividade tendo favorecido momentos de aprendizagem, a partir de desequilíbrios, segundo as pesquisadoras, os invariantes operatórios da aluna eram tão resistentes, que ao fim, frente a confirmação de seus cálculos, não se convenceu da situação vivenciada.

Em nossa investigação, percebemos que os professores refletiram sobre as questões indagadas, com destaque P1, que ao responder, negou primeiramente e, após refletir, respondeu que talvez os alunos fariam. O que assemelha ao exposto por Rezende e Nogueira (2014), em relação a desestabilização, perturbação local de conhecimentos falsos, porém não no sentido do conteúdo, mas de sua afirmação. Contudo, verificamos que são diferentes as respostas dadas pelos professores, pois alguns salientam que os alunos concordariam com a afirmação, outros não. Ao que nos consta, parece haver uma mobilização por parte dos

professores, acerca de que os alunos não conseguiriam responder a menos que estivessem no nível adequado de ensino e/ ou supridos dos conceitos básicos.

Obviamente não podemos generalizar uma única resposta e, sim, expor que há contraposições de ideias que nos garantem respostas distintas. Contudo, refletimos que, embora os alunos não concordem em primeiro momento com a afirmação dada na questão, com a resolução do Teorema de Pitágoras e da área do quadrado, certamente chegariam a alguma conclusão depois disto, mesmo que errônea. No entanto, pensamos que se os alunos calculassem na representação decimal, o valor que eles encontrariam seria aproximado e talvez não necessariamente concordariam com a afirmação apresentada no questionamento. E até mesmo para este caso, pensamos que se utilizassem a calculadora, poderiam encontrar o resultado, sem conceber o conceito de irracionalidade.

No entanto, com base nas respostas e análises encontradas em nossa investigação, e os resultados encontrados por Rezende (2013), Machado (2013), Nogueira e Rezende (2014), Rezende e Nogueira (2014), concordamos com o fato que atividades como estas, são situações provenientes de intervenção pedagógica, capazes de desestabilizar conhecimentos prévios falsos e torná-los verdadeiros, contudo, o avanço progressivo do conhecimento se dá com o tempo e com os estímulos suscitados ao longo da experiência do ser.

Considerações finais

Para finalizar as discussões neste lócus, corroboramos com as ideias de Rezende e Nogueira (2014), quanto a importância de considerar que qualquer indivíduo aprende conforme vivencia situações de desequilíbrio, suficientes para desvalidar teoremas em ação, tidos como verdades incondicionais para os indivíduos. Conforme Vergnaud (2009), tem-se que o aluno só aprende um conceito matemático após um longo período de tempo para assimilação ou quando passa por situações que abalizam localmente o que ele ajuizava que era correto.

Portanto, é interessante estabelecer que para assimilar um campo conceitual, ou seja, um ramo de definições, teoremas, conceitos, é necessário que o aluno passe por um momento de desequilíbrio, para que possivelmente, conforme Vergnaud (2009), Rezende (2013) e Machado (2013) ocorra a aprendizagem e isso pode ser adequado a situações de ensino para os números irracionais ou também para outros ramos da Matemática.

Assim, ao considerar o papel de intervenção pedagógica exercido pelo professor, na aplicação, no desenvolvimento e na observação da aprendizagem dos alunos, minimamente se exige dele, a compreensão do conceito no qual está em tratamento, para que deixe claro para o aluno, a situação, a invariante e a representação simbólica do conceito, principalmente o conceito de número irracional.

Pela investigação, verificou-se que muitos conceitos têm passado despercebidos pelos aprendizes, talvez, pela ausência de compreensão dos professores. Ou falta de aplicação de atividades capazes de mobilizar, por exemplo, que existe sim, um quadrado cuja medida de área é 13 cm^2 e que é possível calcular essa medida por meio do Teorema de Pitágoras, ou outros tipos de situações que demonstram a existência dos números irracionais.

Evidencia-se a importância do papel mobilizador da Educação e do ensino da Matemática, principalmente em conceitos matemáticos que não são aprofundados. Assim, indicamos para futuras proposições de pesquisa, estudos relacionados a campos conceituais da Matemática que por motivos que aqui não se inserem, passam despercebidos em sala de aula, fomentando dificuldades na aprendizagem da Matemática na Rede Básica de Ensino.

Referências

BRASIL. Secretaria de Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, 1998.

GARCIA; V. C.; SOARES; D. da.; FRONZA, J. **Ensino dos Números Irracionais no Nível Fundamental**. Coleção cadernos de Matemática para Professores. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Instituto de Matemática departamento de Matemática Pura e Aplicada, 2005. Disponível em: <<http://mat.ufrgs.br/~vclotilde/publicacoes/GR%C1FICA-IRRACIONAIS.pdf>>. Acesso em: 12 mai. 2017.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.

FISCHBEIN, E.; JEHIAN, R.; COHEN, D. The Concept of Irrational Number in High-School Students and Prospective Teachers. **Educational Studies in Mathematics**. pp. 29-44, 1995.

MACHADO, S. R. A. **O que Pensam Professores de Matemática acerca dos Conhecimentos Mobilizados por seus Alunos sobre Números Irracionais?** (Trabalho de Conclusão de Curso) – Licenciatura em Matemática, Universidade Estadual do Paraná - Campus Campo Mourão, Campo Mourão, 2013.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. M. M.; NUNES, T.; GITIRANA, V. **Repensando Adição e Subtração**: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: PROEM, 2001.

MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de Metodologia Científica**. São Paulo: Atlas, 2003.

MOREIRA, M. A. A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o Ensino de Ciências e a Pesquisa nesta Área. **Investigações em Ensino de Ciências**, v.7, n. 1, p. 7-29, 2002. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID80/v7_n1_a2002.pdf>. Acesso em: 12 mai. 2017.

NOGUEIRA, C.; REZENDE, V. A teoria dos campos conceituais no ensino de números irracionais: implicações da teoria piagetiana no ensino de matemática. **Schème: Revista eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas**. v. 6, n. 1, p. 41-63, 2014. Disponível em:<www.marilia.unesp.br/scheme>. Acesso em: 14 mai. 2017.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação do Paraná. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica: Matemática**. Curitiba: SEED, 2008.

REZENDE, V. **Conhecimentos sobre números irracionais mobilizados por alunos brasileiros e franceses**: um estudo com alunos concluintes de três níveis de ensino. (Tese de doutorado). Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2013.

REZENDE, V.; NOGUEIRA, C. M. I. Conhecimentos de Alunos Brasileiros e Franceses Relacionados ao Campo Conceitual dos Números Irracionais. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 7, p. 476-492, 2014. Disponível em: <<http://www.edumat.ufms.br/>>. Acesso em: 14 mai. 2017.

VERGNAUD, G. O que é aprender? In: BITTAR, M., MUNIZ, C. A. (Orgs.). **A aprendizagem Matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais**. Editora: CRV, Curitiba, 2009.

VERGNAUD, G. A gênese dos campos conceituais. In: GROSSI, E. P. (Org.). **Por que ainda há quem não aprende?** Petrópolis: Vozes, 2003.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherche en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, v. 10, n. 2.3, pp. 133-170, 1990.