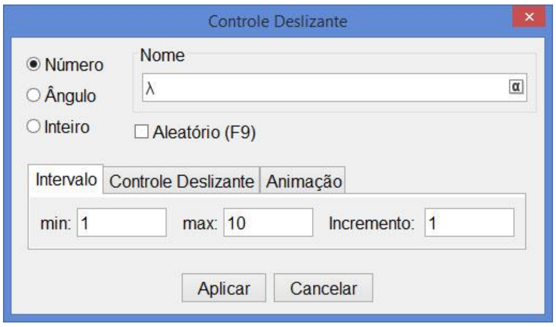
Triângulo de Reuleaux

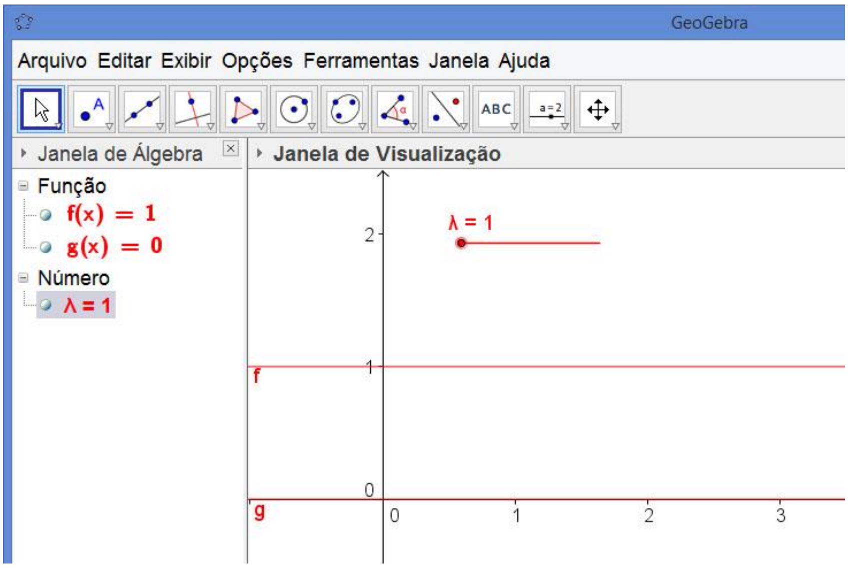
por Sérgio Dantas – sergio@maismatematica.com.br

Na Revista do Professor de Matemática (RPM) de número 81 foram apresentadas construções geométricas planas de diâmetro fixo no artigo “Polígonos de Reuleaux e a Generalização de Pi” de José Pastore Mello. Acrescento uma proposta de construção de polígonos de reuleaux no GeoGebra.

1. Construa um controle deslizante λ com os seguintes valores para o mínimo, para o máximo e o para o incremento.



2. Construa duas retas paralelas por meio dos seguintes comandos na *Entrada*: $f(x) = \lambda$ e $g(x) = 0$.



   Realizando a construção dessa forma será possível alterar a distância entre as duas retas modificando o valor do controle deslizante λ.

3. Construa outros dois controles deslizantes *d* e *M*, com os seguintes valores.

$$M:\begin{cases}\text{min}=0\\ \text{max}=50\\ \text{incremento}=0.1\end{cases} \quad \text{e} \quad d:\begin{cases}\text{min}=0\\ \text{max}=M\\ \text{incremento}=0.01\end{cases}$$

   O controle *d* que será animado na conclusão da construção servirá para determinar o comprimento do deslocamento do triângulo de reuleaux. O controle *M* servirá apenas para controlar o valor máximo de *d*.

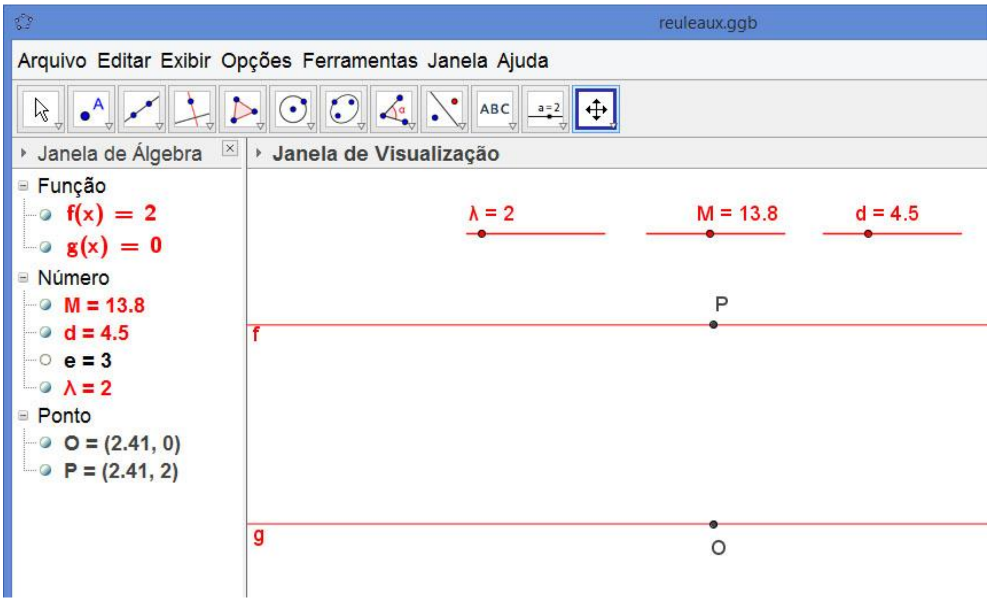
4. Na Entrada digite o comando *e = Quociente[d, λ*π/3] + 1*.

5. Nesse passo construa um ponto *O* que ficará imóvel quando *e* for par e se moverá quando *e* for ímpar. Para isso, na Entrada, digite o comando:

*O = Se[Resto[e, 2] ≟ 0, (e / (6*λ*π), 0), (d - (e - 1) *λ* π / 6, 0)]*

Nesse caso foi utilizado o comando *Se[<Condição>, <Então>, <Senão>]*. Na condição do comando *Se* foi aninhado o comando *Resto[<Número Dividendo>, <Número Divisor>]* que calcula o resto da divisão de dois números. Assim, se o resto da divisão de *e* por 2 for igual a 0 (zero), ou seja, se *e* for par, então *O = (e / (6*λ*π), 0)*. Se a primeira condição não for verificada, o comando executa a condição *Senão*. Nesse caso, *O = (d - (e - 1) *λ* π / 6, 0)*.

6. Na Entrada digite *P = (x(O), f(x(O)))*. Esse comando constrói um ponto *P* com mesma abscissa que *O* e sobre a reta paralela a reta a que *O* pertence.



7. Calcule o resto da divisão de *e* por 6. Para isso, digite na entrada o seguinte comando:

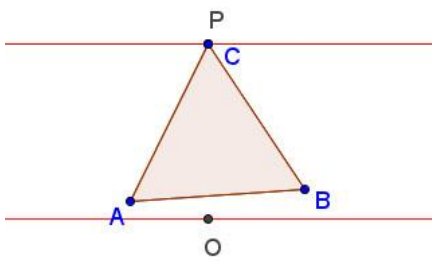
a = Resto[e, 6]

8. Com os comandos abaixo construímos os pontos A e B, dois vértices do triângulo de reuleaux.

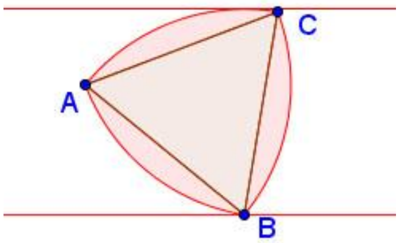
A = Se[a ≟ 1, Girar[O, -α, P], Se[a ≟ 2, Girar[P, 60° - α, O], Se[a ≟ 3, P, Se[a ≟ 4, Girar[P, -α, O], Se[a ≟ 5, Girar[O, 60° - α, P], Se[a ≟ 0, O]]]]]]

B = Se[a ≟ 1, Girar[A, 60°, P], Se[a ≟ 2, O, Se[a ≟ 3, Girar[O, -α, P], Se[a ≟ 4, Girar[P, 60° - α, O], Se[a ≟ 5, P, Se[a ≟ 0, Girar[P, -α, O]]]]]]]

9. Clique na ferramenta *Polígono Regular* e construa um triângulo equilátero por *A* e *B*. Essa ação terá como resultado também a criação do vértice *C* do triângulo ABC.

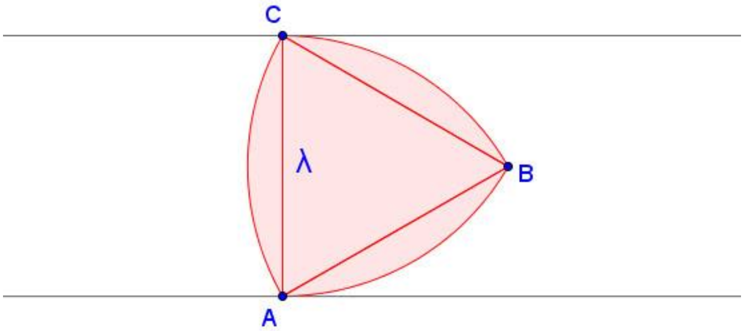


10. Clique na ferramenta *Arco Circular* e construa três arcos: de centro em *A* e por *B* e *C*, de centro em *B* e por *A* e *C* e de centro em *C* e por *A* e *B*.



11. Por último oculte os pontos *A*, *B* e *C* e anime o controle deslizante *d*.

O triângulo foi construído entre duas retas paralelas cuja distância é igual a λ, logo o diâmetro do triângulo é igual a λ.



É possível observar que cada arco tem um ângulo central de 60º, o que implica que o perímetro do triângulo de reuleaux é $3.\frac{1}{6}.2\pi\lambda = \pi\lambda$.

Para o triângulo fazer um giro completo cada ponto dos arcos BAC, ABC e ACB devem tocar as duas retas paralelas, logo devemos multiplicar por 2 o perímetro do triângulo de reuleaux, ou seja, $2\pi\lambda$.